

Reglerteknik AK

Tentamen 12 januari 2023 kl 14-19

Poängberäkning och betygssättning

Lösningar och svar till alla uppgifter skall vara klart motiverade. Tentamen omfattar totalt 25 poäng. Poängberäkningen finns markerad vid varje uppgift.

Preliminära betygsnivåer:

Betyg 3: lägst 12 poäng

4: lägst 17 poäng

5: lägst 22 poäng

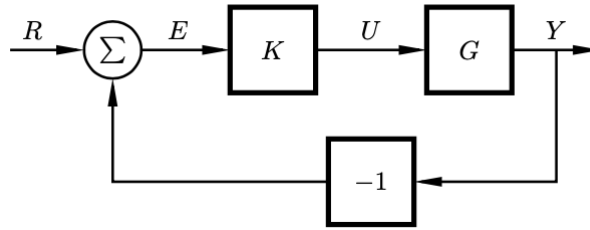
Tillåtna hjälpmedel

Matematiska tabeller (TEFYMA eller motsvarande), formelsamling i reglerteknik samt icke förprogrammerade räknare.

Tentamensresultat

Resultatet meddelas via LADOK. Tidpunkt och lokal för visning meddelas via Canvas. Lösning till tentan kommer att läggas upp i Canvas.

LYCKA TILL!



Figur 1 Det slutna system i problem 1.

1. Ett system beskrivs av följande differentialekvation:

$$\ddot{y}(t) + 4\sqrt{3} \dot{y}(t) + 9 y(t) = \sqrt{7} u(t)$$

- a. Vad är systemets överföringsfunktion (från u till y)? (1 p)
- b. Bestäm systemets poler och nollställen. Är systemet asymptotiskt stabilt? Glöm ej att motivera ditt svar. (1 p)
- c. Systemet regleras med en P-regulator med förstärkning K i slutna loop, se figur 1. För vilka värden på K blir det slutna systemet asymptotiskt stabilt? (1 p)

Solution

- a. Med användning av Laplace-transform för differentialekvationen (initialvärden försummade), får vi

$$Y(s)(s^2 + 4\sqrt{3}s + 9) = \sqrt{7} U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sqrt{7}}{s^2 + 4\sqrt{3}s + 9}$$

- b. Poler: $-\sqrt{3}$; $-3\sqrt{3}$.
Båda polerna har negativ realdel, och systemet är följaktligen asymptotiskt stabilt. Systemet saknar nollställen.

c.

$$G_{cl} = Y(s)/R(s) = \frac{KG(s)}{(1 + KG(s))}$$

$$G_{cl}(s) = \frac{K\sqrt{7}}{s^2 + (4\sqrt{3})s + 9 + K\sqrt{7}}$$

Det slutna systemet är asymptotiskt stabilt om båda polerna ligger (strikt) i det vänstra halvplanet (dvs de har negativ realdel). Detta är uppfyllt endast om både a_1 , $a_2 > 0$ för det karakteristiska polynomet $s^2 + a_1s + a_2$. Av detta följer villkoren

$$a_2 = 9 + K\sqrt{7} > 0 \Leftrightarrow K\sqrt{7} > -9 \Leftrightarrow K > -\frac{9}{\sqrt{7}}$$

2. En inverterad pendel kan beskrivas genom följande system.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} u \\ y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x \end{aligned}$$

- a. Designa en tillståndsåterkoppling så att den statiska förstärkningen blir 1 samt att båda polerna hamnar i $s = -1$. (1.5 p)
- b. Det visade sig att det bara var möjligt att mäta det ena tillståndet hos pendeln. Designa ett Kalmanfilter så att filtrets poler hamnar i $s = -2$. (1 p)

Solution

- a. Styrlagen för en tillståndsåterkoppling, $u = k_r r - Kx$, ger följande tillståndsekvation

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + B(k_r r - Kx) = (A - BK)x + Bk_r r \\ y &= Cx\end{aligned}$$

Polerna för denna ges av

$$\begin{aligned}\det(sI - A + BK) &= \left| \begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 & k_2 \end{pmatrix} \right| \\ &= \begin{vmatrix} s & -1 \\ -1 - k_1 & s - k_2 \end{vmatrix} \\ &= s(s - l_2) - 1 - k_1 = s^2 - l_2 s - (1 + k_1)\end{aligned}$$

Då båda polerna skall ligga i $s = -1$ fås att $k_1 = k_2 = -2$ och det nya systemet kan skrivas som

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} k_r r \\ y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x\end{aligned}$$

Den statiska förstärkningen ges av $G(0)$ vilket ger följande ekvation:

$$\begin{aligned}G(0) &= C(-A_{ny})^{-1} Bk_r \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} k_r \\ &= -1k_r = 1\end{aligned}$$

Detta ger $k_r = -1$ och vi får följande system:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} r \\ y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x\end{aligned}$$

- b. Ett Kalmanfilter kan skrivas som

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= C\hat{x}\end{aligned}$$

Detta medför alltså att polerna bestäms enligt

$$\begin{aligned}\det(sI - A + LC) &= \left| \begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \right| \\ &= \begin{vmatrix} s + l_1 & -1 \\ -1 + l_2 & s \end{vmatrix} \\ &= s(s + l_1) + l_2 - 1 = s^2 + l_1 s + l_2 - 1\end{aligned}$$

Då polerna skall placeras i $s = -2$ fås att $l_1 = 4$ och $l_2 = 5$.

3. Betrakta systemet

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1^2 + x_2 - \sqrt{u} \\ \dot{x}_2 &= \ln(x_1) \\ y &= \sqrt{x_1} + x_2^2\end{aligned}$$

- a. Finn alla stationära punkter (x_1^0, x_2^0, u^0) för systemet. (1 p)
- b. Linjärisera systemet för $u^0 = 4$. (1 p)
- c. Är det linjäriserade systemet asymptotiskt stabilt? Glöm inte att motivera ditt svar! (1 p)

Solution

- a. Vi finner de stationära punkterna genom att sätta $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0$.

$$\begin{aligned}-(x_1^0)^2 + x_2^0 - \sqrt{u^0} &= 0 \\ \ln(x_1^0) &= 0\end{aligned}$$

vilket ger

$$\begin{aligned}x_2^0 &= \sqrt{u^0} + 1 \\ x_1^0 &= 1\end{aligned}$$

Sammantaget ges de stationära punkterna av

$$(x_1^0, x_2^0, u^0) = (1, \sqrt{u^0} + 1, u^0)$$

- b. För $u^0 = 4$ är den stationära punkten $(x_1^0, x_2^0, u^0) = (1, 3, 4)$. Vi inför nya variabler

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= x_1 - x_1^0 \\ \Delta x_2 &= x_2 - x_2^0 \\ \Delta u &= u - u^0 \\ \Delta y &= y - y^0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f_1((x_1, x_2, u)) &= -(x_1)^2 + x_2 - \sqrt{u} \\ f_2((x_1, x_2, u)) &= \ln(x_1) \\ g((x_1, x_2, u)) &= \sqrt{x_1} + x_2^2\end{aligned}$$

Det linjäriserade systemet ges då av

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_2 \end{pmatrix} &= A \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{pmatrix} + B \Delta u \\ \Delta y &= C \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{pmatrix} + D \Delta u\end{aligned}$$

där

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{pmatrix}_{(x_1^0, x_2^0, u^0)}; \quad B = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{pmatrix}_{(x_1^0, x_2^0, u^0)}$$

$$C = \begin{pmatrix} \frac{\partial g}{\partial x_1} & \frac{\partial g}{\partial x_2} \end{pmatrix}_{(x_1^0, x_2^0, u^0)}; \quad D = \left(\frac{\partial g}{\partial u} \right)_{(x_1^0, x_2^0, u^0)}$$

och

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = -2x_1^0 = -2; \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_2} = 1; \quad \frac{\partial f_1}{\partial u} = \frac{-1}{2\sqrt{u^0}} = -1/4$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = 1/x_1^0 = 1; \quad \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 0; \quad \frac{\partial f_2}{\partial u} = 0$$

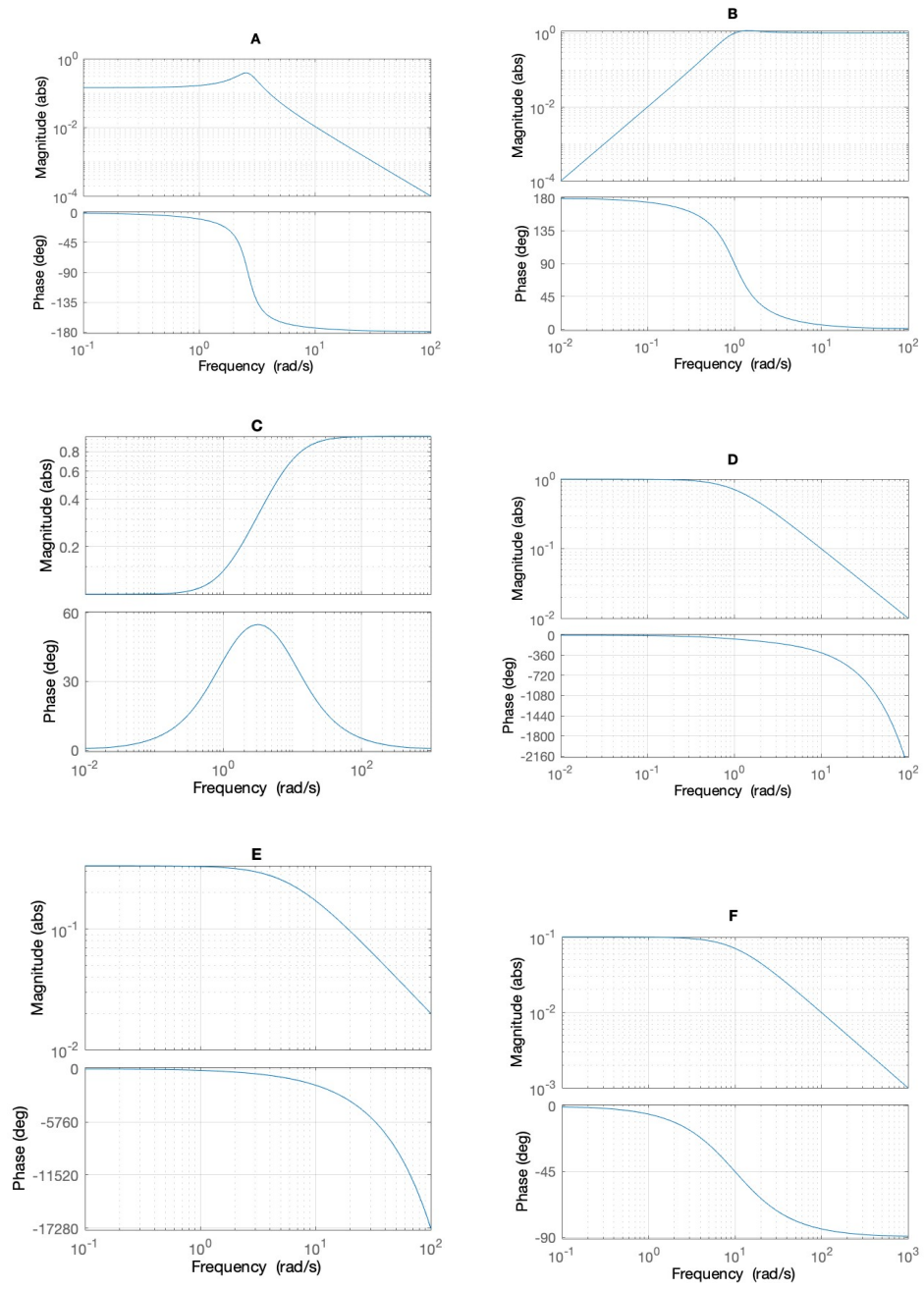
$$\frac{\partial g}{\partial x_1} = \frac{1}{2\sqrt{x_1^0}} = 1/2; \quad \frac{\partial g}{\partial x_2} = 2x_2^0 = 6; \quad \frac{\partial g}{\partial u} = 0$$

- c. Nej, ty A-matrisens egenvärden är $\{-1 - \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3}\}$ och $-1 + \sqrt{3} > 0$.
4. Matcha varje överföringsfunktion nedan med ett Bode diagram i figur 2 och ett stegsvar i figur 3. Motivera varje val.

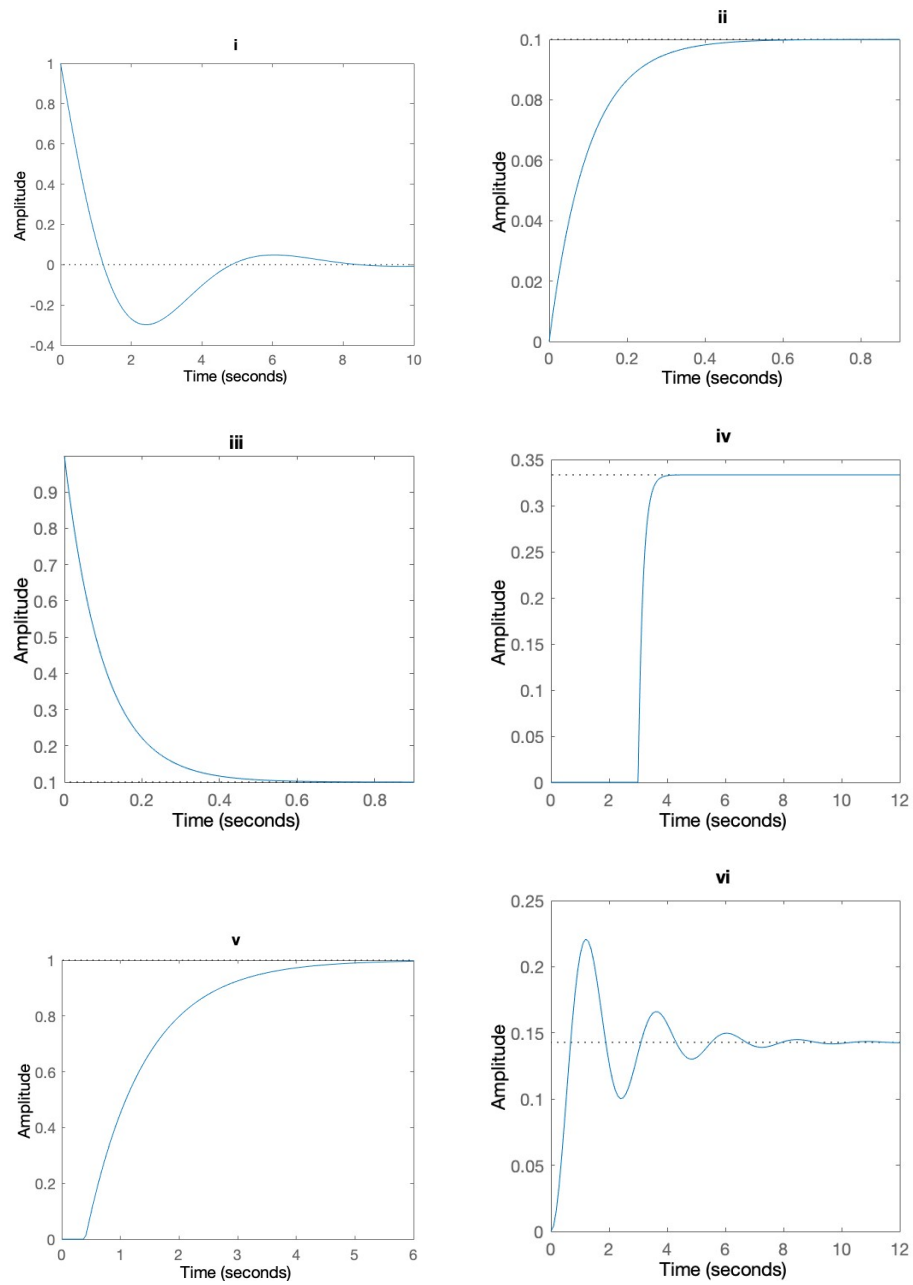
$$G_1(s) = \frac{s+1}{s+10}; \quad G_2(s) = \frac{s^2}{s^2+s+1}$$

$$G_3(s) = \frac{2}{s+6}e^{-3s}; \quad G_4(s) = \frac{1}{s+1}e^{-0.4s}$$

(2 p)



Figur 2 Bode diagram



Figur 3 Stegsvär

Solution

G_1 är en första ordningens process med ett nollställe, dvs det har en direktterm, utan tidsfördröjning och med statisk förstärkning $1/10$.

G_2 är en andra ordningens process med två nollställen i origo, dvs det har också en direktterm, och statisk förstärkning 0 .

G_3 är en första ordningens process med tidsfördröjning på 3 sekunder och statisk förstärkning $1/3$.

G_4 är en första ordningens process med tidsfördröjning på 0.4 sekund och statisk förstärkning 1 .

Bodediagram A motsvarar ett andra ordningens system med komplexkonjugerade poler och utan några nollställen. Någon sådan överföringsfunktion har vi inte.

Bodediagram B består av en S^2 term och två stycken poler som båda har brytfrekvens 1 . Detta motsvarar G_2 .

Bodediagram C motsvarar ett första ordningens system med ett nollställe, dvs G_1 .

Bodediagram D och E innehåller båda en ren tidsfördröjning. Från värdena på axlarna ser man att tidsfördröjningen är större för E än för D. Ur detta fås att Bodediagram D motsvarar G_4 och Bodediagram E motsvarar G_3 .

Bodediagram F motsvarar ett första ordningens system utan nollställen, vilket vi inte har.

Stegsvar i har en direktterm och statiska förstärkeningen 0 , dvs det motsvarar G_2 .

Stegsvar ii motsvarar ett första ordningens system med statisk förstärkning 0.1 . Detta har vi inte.

Stegsvar iii motsvarar ett första ordningens system med direktterm och statisk förstärkning 0.1 vilket överensstämmer med G_1 .

Stegsvar iv har en tidsfördröjning på ca 3 sekunder vilket motsvarar G_3 .

Stegsvar v har en tidsfördröjning på ca 0.4 sekunder vilket motsvarar G_4 .

Stegsvar Vi liknar mest stegsvaret för ett andra ordningens system med komplexkonjugerade poler.

Sammanfattningsvis har vi

$G_1 - C - \text{iii}$

$G_2 - B - \text{i}$

$G_3 - E - \text{iv}$

$G_4 - D - \text{v}$

5.

- a. Antag att du använder en PID regulator på standardform, dvs

$$U(s) = K(E(s) + \frac{1}{T_I s} E(s) + T_D s E(s))$$

för att reglera nivån i den undre tanken i Lab 2. Antag vidare att reglerloopen är i stationaritet utan några störningar. Vilken eller vilka av följande delar av regulatorn är det då som get något bidrag till styrsignalen, $u(t)$: P-delen, I-delen, D-delen eller någon kombination av dessa? (0.5 p)

- b. Antag istället att du använder en regulator med börvärdesviktning i P-delen och $b \neq 1$. Under samma förutsättningar vilken eller vilka av termerna är det nu som ger något bidrag till styrsignalen? (0.5 p)

Solution

- a. Med en PID regulator så är felet och derivatan av felet båda noll i stationaritet, dvs P-delen och D-delen är båda 0. Den enda term som bidrar till styrsignalen är I-delen.
- b. Med samma resonemang så ser man att när $b \neq 1$ så ges styrsignalen av en kombination av P-delen och I-delen.
6. Skissa Nyquistkurvan för följande system. För att få full pott ska värdena för $\omega = 0$ och $\omega \rightarrow \infty$ vara korrekta och kurvan ska ligga i rätt kvadrant eller kvadranter. Den exakta formen på kurvan för övrigt behöver inte vara korrekt. (3 p)

a.

$$G(s) = K$$

b. En fasavancerande länk

$$G(s) = K_K N \frac{s + b}{s + bN}$$

c. En PI regulator

$$G(s) = K(1 + \frac{1}{T_I s})$$

Solution

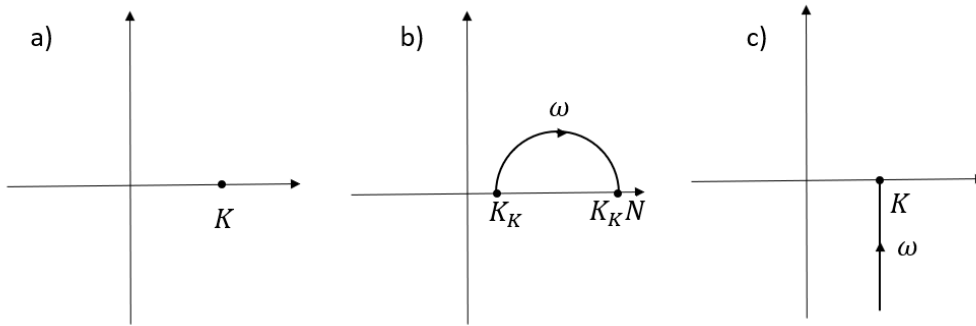
- a. För en konstant förstärkning K så blir Nyquist-kurvan en punkt i $+1$.
- b. Den fasavancerande länken kan skrivas som

$$G(s) = K_K \frac{1 + s/b}{1 + s/(bN)}$$

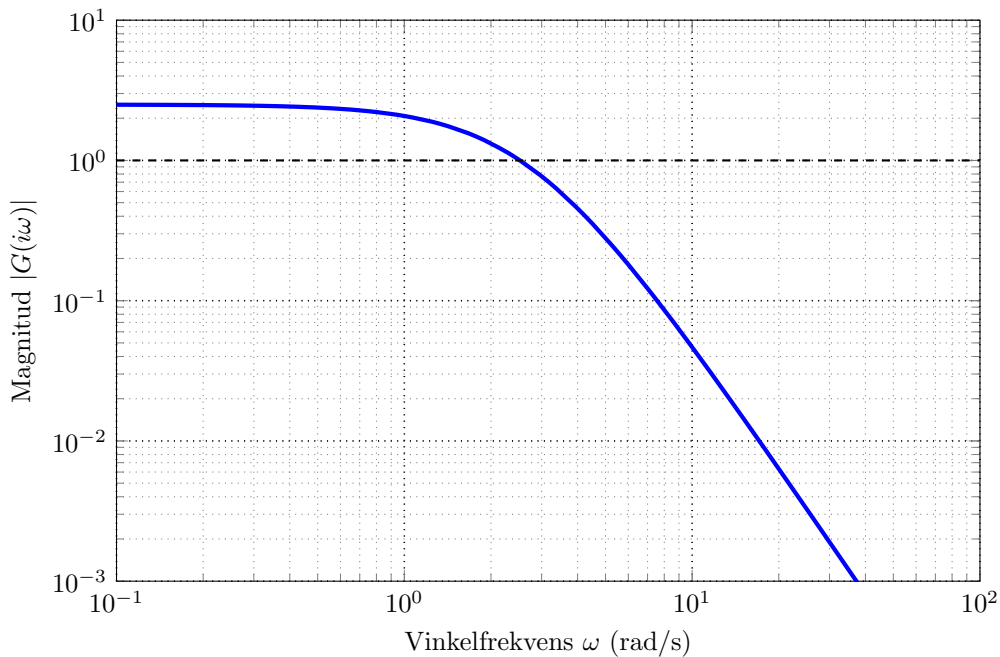
Den statiska förstärkningen blir K_K . När $\omega \rightarrow \infty$ så blir förstärkningen i stället $K_K N$. Genom att betrakta Bode-diagrammet så ser man att frekvensasymptoten går från $0^\circ \rightarrow 90^\circ \rightarrow 0^\circ$ när ω går från 0 till ∞ . Det betyder att Nyquistkurvan börjar i K_K och sedan befinner sig i första kvadranten hela tiden tills den når $K_K N$. Den är i själva verket en halvcirkel.

- c. Från motsvarande Bode diagram resonemang ser man att Nyquistkurvan hela tiden befinner sig i fjärde kvadranten. För små ω så ligger kurvan parallellt med negativa imaginära axeln och när $\omega \rightarrow \infty$ så går kurvan mot K .

Nyquist-kurvorna för de tre fallen visas i figur 4.



Figur 4 Nyquistkurvorna



Figur 5 Det uppmätta amplituddiagrammet i problem 7.

7. En process på din arbetsplats fungerar ganska dåligt och behöver därför bättre reglering. Du lyckas leta reda på lite gamla ritningar och anteckningar för processen, och hittar ganska snart att den nuvarande P-regulatorn har ställts in med hjälp av Ziegler-Nichols frekvensmetod. Den nuvarande P-regulatorn med $K = 1.6$ valdes baserat på att självsvängningar uppstod för $K = 3.2$. Denna regulator ger ett långsamt system. Till din glädje hittar du också ett amplituddiagram för processen utan regulator, se figur 5. Din processkunskap försäkrar dig om att processen är stabil och saknar nollställen i höger halvplan. Du bestämmer dig därför att byta ut P-regulatorn mot en fasavancerande länk.
- a. Vilken periodtid fick svängningen när självsvängningsexperimentet utfördes? Vid vilken vinkelfrekvens ω_p har fasen -180 grader? (1 p)
- b. Ta fram en fasavancerande länk

$$G_R(s) = K_K N \frac{s + b}{s + bN},$$

så att fasmarginalen blir $\varphi_M = 40^\circ$ och skärfrekvensen ω_c blir identisk med ω_p i a). Om du inte har löst uppgift a, så designa en länk som ökar fasen med 30°

vid skärfrekvensen $\omega_c = 3$.

(2 p)

Solution

- a. Självsvängningsexperimentet går ut på att hitta en förstärkning K_p sådant att systemet börjar självsvänga. Detta händer då $K_p G(i\omega_p) = -1$. Vi måste alltså hitta ω_p sådant att $|G(i\omega_p)| = 1/K_p = 1/3.2$. Enligt amplituddiagrammet har vi $\omega_p \approx 4.8 \text{ rad/s}$. Alltså har G fasen -180° vid ω_p och svänger med periodtiden $\frac{2\pi}{\omega_p} \approx \frac{\pi}{2.4} \text{ s}$.
- b. Eftersom att skärfrekvensen ska ligga vid ω_p , så måste vi vrida fasen där 40 grader. Från sambandet mellan fasökning och N får vi att $N \geq 5$ och kan välja $N = 5$. Maximal fasökning för länken sker vid frekvensen

$$\omega = b\sqrt{N}.$$

Vi väljer då lämpligen $b = \omega_p/\sqrt{5}$ för att placera länkens fastopp vid ω_p . Länkens förstärkning vid den frekvens där maximala fasökning erhålls är

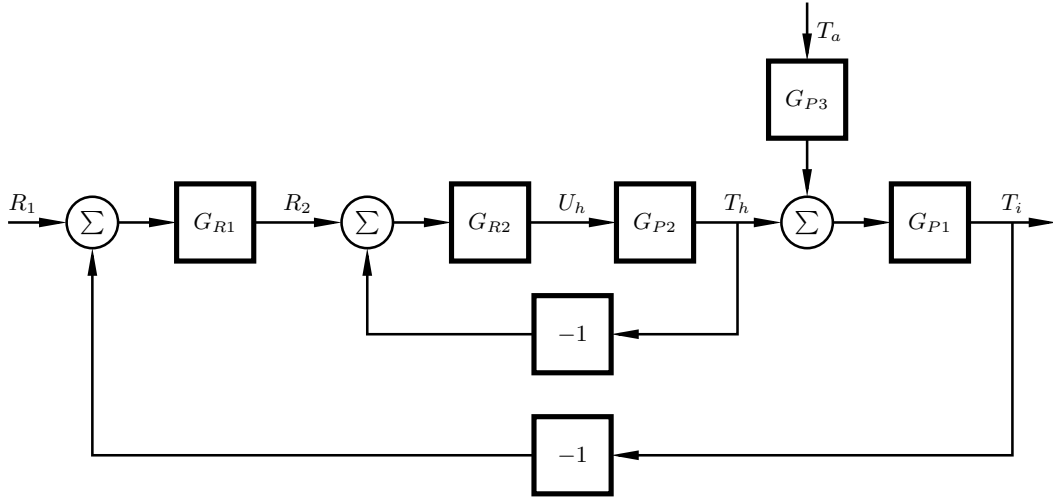
$$K_K \sqrt{N}.$$

Kravet $\omega_c = \omega_p$ ger $|G(i\omega_p)| = 1$, alltså

$$K_K \sqrt{N} = \frac{1}{|G(i\omega_p)|} = 3.2$$

Vi får då $K_K = \frac{3.2}{\sqrt{5}}$. Slutgiltligen får vi

$$G_R(s) = 3.2\sqrt{5} \frac{s + 4.8/\sqrt{5}}{s + 4.8\sqrt{5}}.$$



Figur 6 Regulatorstruktur till problem 8.

8. För att kunna rädda Skåne från elbrist i vinter, så har Bosse bestämt sig för att sänka innetemperaturen i sommarstugan, T_i . Om det blir för kallt så kan vattenledningarna frysa, så för att nå en bra kompromiss behöver Bosse knäpa ihop ett bra styrsystem. Bosse har ett gammalt eldrivet element, vars temperatur T_h beskrivs av differentialekvationen

$$C_h \dot{T}_h = \frac{1}{R_{ih}} (T_i - T_h) + u.$$

Här är $C_h = 1/3 \text{ kWh/C}^\circ$ värmekapaciteten hos elementet, $R_{ih} = 0.5 \text{ C}^\circ/\text{kW}$ är termal resistans mellan element och luft och u är effekten över elementet mätt i kW. För att förenkla sambandet så låter Bosse $u = u_h - \frac{1}{R_{ih}} T_i$ och får

$$C_h \dot{T}_h = -\frac{1}{R_{ih}} T_h + u_h.$$

Innetemperaturen beskrivs av differentialekvationen

$$C_i \dot{T}_i = \frac{1}{R_{ih}} (T_h - T_i) + \frac{1}{R_{ia}} (T_a - T_i),$$

där $C_i = 1 \text{ kWh/C}^\circ$ är innerluftens värmekapacitet, $R_{ia} = 5 \text{ C}^\circ/\text{kW}$ är termal resistans mellan innetemperaturen och utetemperaturen T_a . Bosse har bestämt sig för att använda regulatorstrukturen i Figur 6.

- Vad kallas regulatorstrukturen i Figur 6? Vilken av återkopplingarna har som funktion att styra elementets temperatur, vilken har som syfte att styra innetemperaturen? (2 p)
- Ta fram överföringsfunktionerna G_{P1} , G_{P2} och G_{P3} . (2 p)
- Ta fram en PI-regulator, $G_{R2}(s) = K_2 + \frac{K_2}{T_{i2}s}$ så att överföringsfunktionen från R_2 till T_h får bägge poler i -12 . Om du inte har fått fram ett svar i b, låt $G_{P2} = \frac{1}{s+6}$. (1.5 p)
- Bosse approximerar nu överföringsfunktionen från R_2 till T_h med konstanten 1 och låter $G_{R1} = 1.1(1 + \frac{2.2}{s})$, är det ett rimligt val? (1 p)
- Anta nu att du kan mäta utetemperaturen, T_a . Ge ett förslag på hur du kan utnyttja den extra informationen i din reglering. (1 p)

Solution

- a. Regulatorstrukturen kallas kaskadreglering. Återkopplingen T_h till G_{R2} syftar till att styra temperaturen av elementet. Återkopplingen T_i till G_{R1} syftar till att styra innetemperaturen.
- b. Laplace transformering av differentialekvationerna ger sambanden,

$$\begin{aligned} T_h(s) &= \frac{1}{C_h} \frac{1}{s + \frac{1}{R_{ih}C_h}} U_h(s) \\ &= \frac{3}{s + 6} U_h(s) \\ T_i(s) &= \frac{1}{s + \frac{1}{R_{ih}C_i} + \frac{1}{R_{ia}C_i}} \left(\frac{1}{C_i R_{ih}} T_h + \frac{1}{C_i R_{ia}} T_a \right) \\ &= \frac{1}{s + 2.2} (2T_h + 0.2T_a). \end{aligned}$$

Vi kan då identifiera överföringsfunktionerna i blockdiagrammet med

$$\begin{aligned} G_{P1}(s) &= \frac{1}{R_{ih}C_i} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{R_{ih}C_i} + \frac{1}{R_{ia}C_i}} = \frac{2}{s + 2.2}, \\ G_{P2}(s) &= \frac{1}{C_h} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{R_{ih}C_h}} = \frac{3}{s + 6}, \quad G_{P3}(s) = \frac{R_{ih}}{R_{ia}} = 0.1. \end{aligned}$$

- c. Sekundärkretsens sluta överföringsfunktion blir

$$\begin{aligned} \frac{G_{P2}(s)G_{R2}(s)}{1 + G_{P2}(s)G_{R2}(s)} &= \frac{1}{C_h} \frac{K_2 s + \frac{K_2}{T_{i2}}}{s^2 + \left(\frac{1}{R_{ih}C_h} + \frac{K_2}{C_h} \right) s + \frac{K_2}{T_{i2}C_h}} \\ &= \frac{3(K_2 s + \frac{K_2}{T_{i2}})}{s^2 + (6 + 3K_2)s + 3\frac{K_2}{T_{i2}}} \end{aligned}$$

Vilket ställer nämnarpolynomet med det vi får specifikationen:

$$s^2 + (6 + 3K_2)s + 3\frac{K_2}{T_{i2}} = s^2 + 24s + 144.$$

Detta har lösningen

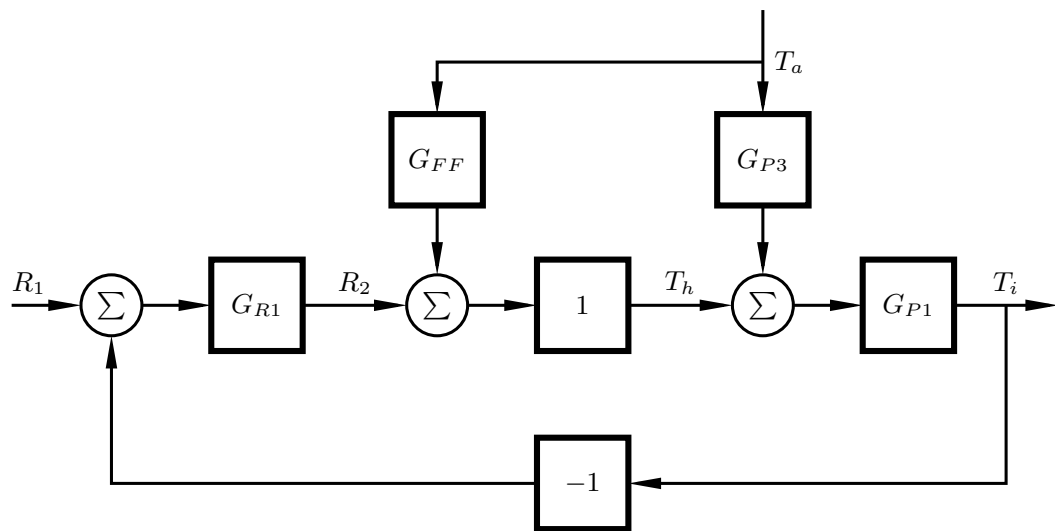
$$K_2 = 6, \quad T_{i2} = \frac{3}{24}.$$

- d. Insättning av konstanternas värden ger att $G_{P1} = \frac{2}{s+2.2}$. Det slutna systemet (med approximation) blir då

$$\frac{G_{P1}(s)G_{R1}(s)}{1 + G_{P1}(s)G_{R1}(s)} = \frac{2.2s + 2.2^2}{s^2 + 2 \cdot 2.2s + 2.2^2}.$$

Sekundärsystemet är alltså approximativt $12/2.2 \approx 5.5$ gånger snabbare än primärsystemet, vilket bör vara okej. Eventuellt hade det varit bra om Bosse kunde göra sekundärsystemet snabbare.

- e. Man kan kompensera bort inflytandet av ytttemperaturen via framkoppling enligt figur 7, där Bosse bör välja $G_{FF} = -G_{P3}^{-1} = -\frac{R_{ia}}{R_{ih}} = -10$. G_{P3} är en konstant, och G_{P3}^{-1} är därför realiserbar.



Figur 7 Framkoppling för störningskompensering i uppgift 8.